

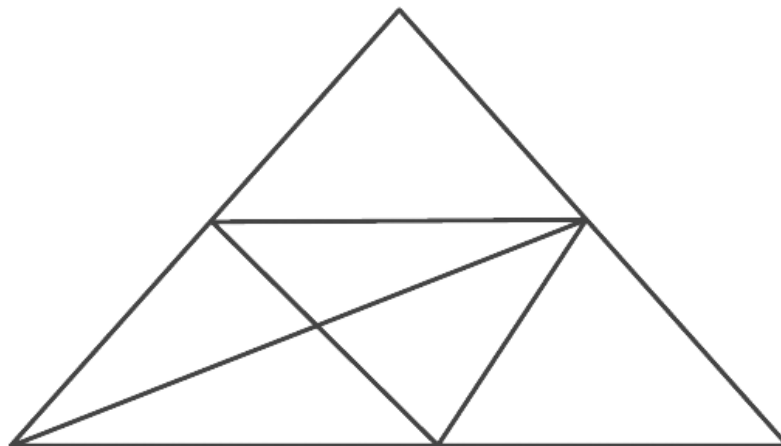


Teamwettbewerb Mittelstufe

Die Lösung sollte nachvollziehbar formuliert und der Lösungsweg klar erkennbar sein!

Aufgabe 1.

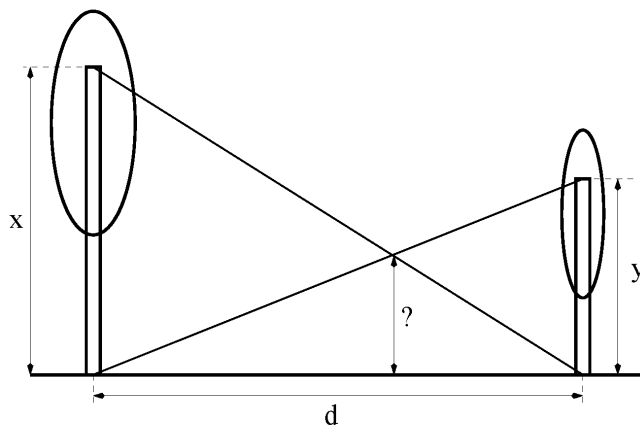
Wieviele Dreiecke sind in der Figur enthalten?



Hinweis: *Es zählen nur solche Dreiecke, deren sämtliche Seiten schon eingezeichnet sind. Es genügt die Angabe der Zahl der Dreiecke, eine Begründung wird nicht verlangt.*

Aufgabe 2.

Am „Tag der Mathematik“ sollen, wie in der Abbildung angedeutet, zwei Schmuckbänder zwischen zwei Bäumen aufgehängt werden, und zwar jeweils von der Spitze des einen Baums zum unteren Stammende des anderen Baums.



Die Organisatoren sind nun ein wenig besorgt, denn es soll unter den Bändern wenigstens noch so viel Platz bleiben, dass alle Teilnehmer und Teilnehmerinnen am „Tag der Mathematik“ darunter durchgehen können. Zwar sind die Höhen der Bäume erst kürzlich bestimmt worden, nämlich $x = 6\text{m}$ und $y = 4\text{m}$, aber der Abstand der Bäume ist völlig unbekannt.

Muss man den Abstand der Bäume vermessen oder kann man die Organisatoren vorher schon beruhigen?

Aufgabe 3.

Auf einer Geburtstagsfeier sind 31 Gäste eingeladen. Manche davon kennen sich, andere wiederum nicht. Beweise, dass es unter diesen Gästen mindestens zwei gibt, die die gleiche Zahl von Gästen kennen. Wir gehen davon aus, dass jeder Gast sich selbst kennt, und dass, wenn ein Gast A den Gast B kennt, auch der Gast B den Gast A kennt.

Aufgabe 4.

Larissa entdeckt eine interessante Eigenschaft der Zahl 2020: 2020 liegt zwischen den benachbarten Quadratzahlen $1936 = 44^2$ und $2025 = 45^2$, d. h. $1936 \leq 2020 < 2025$. Die Zahl

$$2020 - (2020 - 1936) \cdot (2025 - 2020) = 2020 - 84 \cdot 5 = 1600 = 40^2$$

ist wieder eine Quadratzahl. Welche natürlichen Zahlen haben die gleiche Eigenschaft?

Aufgabe 5.

Finde alle sechsstelligen Zahlen der Form $abcabc$, die durch 91 teilbar sind.
Finde alle sechsstelligen Palindromzahlen (also Zahlen der Form $abccba$), die durch 91 teilbar sind.

Aufgabe 6.

Finde alle Lösungen der Gleichung

$$n! + 3 = m^k$$

mit positiven, ganzzahligen n , m und k , wobei $k \geq 2$ sein soll.

Hinweis: Hierbei bezeichnet $n! := 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (n-1) \cdot n$ die sogenannte Fakultät von n .